

Evaluación del aprendizaje basado en problemas: grupo experimental y control

Evaluation of problem-based learning: experimental and control group

Victor Alfonso Pérez Salamanca¹, Agustín Lagunes Domínguez²

¹ Institución Educativa Villa de la Candelaria, Colombia

² Universidad Veracruzana, México

victor.perezs@tdea.edu.co , aglagunes@uv.mx

RESUMEN. El Pensamiento Variacional ha sido escasamente desarrollado en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a pesar de su importancia para comprender el cambio y la variación. Este estudio evalúa el impacto de la Estrategia Didáctica integrada de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en el rendimiento académico de estudiantes de grado décimo de una institución educativa pública de Medellín en sistemas algebraicos y analíticos. Se utilizó un diseño cuasiexperimental con grupos de Control y Experimental, utilizando pruebas diagnósticas antes y después de la intervención. Los resultados muestran diferencias estadísticamente significativas a favor del grupo experimental, indicando la efectividad de la estrategia. En conclusión, se afirma que el ABP ayuda a mejorar el rendimiento académico y el Pensamiento Variacional, lo que facilita el aprendizaje significativo en contextos algebraicos y analíticos.

ABSTRACT. Variational Thinking has been poorly developed in the teaching-learning processes of mathematics, despite its relevance for understanding change and variation. This research evaluates the impact of a Didactic Strategy incorporating Problem-Based Learning (PBL) on academic performance in algebraic and analytical systems in tenth grade students from an official educational institution in Medellín. A quasi-experimental design with control and experimental group was used, applying diagnostic tests before and after the intervention. The results show statistically significant differences in favor of the experimental group, which shows the effectiveness of the strategy. It is concluded that the PBL contributes to strengthening academic performance and Variational Thinking, promoting meaningful learning in algebraic and analytical contexts.

PALABRAS CLAVE: Aprendizaje Basado en Problemas, Sistemas algebraicos, Sistemas analíticos, Rendimiento académico, Diseño cuasi-experimental.

KEYWORDS: Problem-Based Learning, Algebraic systems, Analytical systems, Academic performance, Quasi-experimental design.

1. Introducción

El Pensamiento Variacional se reconoce como un eje estructurante en la educación matemática, ya que facilita la comprensión de los fenómenos de cambio, las relaciones funcionales y la variabilidad en diversos contextos, promoviendo así habilidades analíticas más allá de la manipulación simbólica, orientadas a la interpretación de situaciones reales mediante el lenguaje matemático. No obstante, tanto Sánchez-Bayona (2021) como Gómez-Ospina (2013) coinciden en que este enfoque aún es limitado en la práctica pedagógica escolar, especialmente cuando se tratan contenidos algebraicos y analíticos.

En este sentido, el desarrollo histórico del Pensamiento Variacional está estrechamente ligado a la evolución de las matemáticas, especialmente al surgimiento del cálculo diferencial e integral, así como a los avances en geometría y física. Aunque el concepto ha sido introducido recientemente en el ámbito educativo, sus fundamentos están ligados a los orígenes de las matemáticas como disciplina formal, donde el análisis de los cambios y regularidades era esencial para la comprensión de los fenómenos naturales, como señala Gómez-Ospina (2013).

En la actualidad, las instituciones de educación superior enfrentan importantes desafíos relacionados con la transformación de las prácticas pedagógicas y la incorporación efectiva de tecnologías emergentes en los procesos formativos, como lo menciona Guivala (2024). Esta necesidad de adaptación también se refleja en la educación básica, donde el desarrollo del pensamiento variacional ha sido establecido por el Ministerio de Educación Nacional como uno de los logros fundamentales. Este tipo de pensamiento se articula a partir de dos nociones clave: el cambio y la variación, las cuales deben estar presentes desde los primeros niveles de escolaridad (Díaz-Fernández, 2024; Ministerio de Educación Nacional, 1998).

No obstante, diversas investigaciones, enmarcadas en enfoques como el álgebra temprana y la perspectiva sociocultural, han evidenciado avances significativos en el desarrollo del pensamiento variacional. No obstante, también se ha identificado la necesidad de revisar cómo se abordan estas formas de pensamiento desde las etapas iniciales del sistema educativo, según Díaz-Fernández (2024). En este contexto, Leung (2023) propone una aproximación pedagógica basada en la comprensión epistemológica y cognitiva del cambio, apoyada en el uso de Entornos Geométricos Dinámicos (EGD), los cuales han sido objeto de estudio durante las últimas tres décadas. Estas plataformas digitales, que combinan lo virtual con lo geométrico-euclidiano, permiten explorar fenómenos matemáticos relacionados con la variación, favoreciendo así el desarrollo de una comprensión más profunda del cambio matemático.

Por su parte, Aruova, Beisebay, Akzhigitov y Tilepiev (2023) destacan que el principio variacional, en sus orígenes, fue concebido como una estrategia para resolver ecuaciones funcionales lineales, centrada en la búsqueda de valores extremos de funciones particulares. Este enfoque ha demostrado ser útil para encontrar soluciones en contextos matemáticos complejos, donde la interpretación funcional resulta esencial. En el ámbito curricular, Flores y García (2022) señalan que el sistema educativo colombiano ha incorporado de manera progresiva el pensamiento variacional en sus lineamientos. Su estudio, enfocado en la enseñanza de la pendiente, compara este proceso con los currículos de Estados Unidos y México, y evidencia que estos análisis pueden ser de gran utilidad para orientar futuras reformas curriculares y prevenir dificultades en la comprensión de conceptos fundamentales por parte del estudiantado.

A su vez, los Lineamientos Curriculares en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (1998), estipulan que la resolución de problemas no debe ser vista únicamente como una actividad de aplicación de conocimientos previamente adquiridos, sino más bien como un proceso a través del cual se crea conocimiento matemático. De este modo, se reconoce que el planteamiento y análisis de problemas son herramientas pedagógicas claves para facilitar un aprendizaje significativo y profundo, al tiempo que permiten a los estudiantes descubrir conceptos por sí mismos, lo que garantiza un mayor nivel de comprensión y retención. Así, el pensamiento variacional está directamente relacionado con los procesos de cambio y variación, y su comprensión es esencial para potenciar las acciones pedagógicas en el aula.

Igualmente, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) del Ministerio de Educación Nacional (2016), enfatizan que el desarrollo del pensamiento variacional es esencial para que los estudiantes sean capaces de reconocer, describir y analizar patrones de cambio, así como establecer relaciones funcionales entre variables. Interpretar, representar y transformar situaciones que involucran relaciones cuantitativas promueve la comprensión temprana de conceptos algebraicos y funcionales, lo que facilita una transición más efectiva a niveles más abstractos de pensamiento matemático.

En respuesta a la problemática identificada, según el ICFES (2023), se evidenció que los estudiantes de décimo grado mostraron resultados inferiores en la competencia de razonamiento en comparación con otras competencias evaluadas en la prueba nacional “Evaluar para Avanzar”. Esta situación resalta la necesidad de fortalecer el Pensamiento Variacional desde las primeras etapas escolares, a través de estrategias de enseñanza que promuevan el estudio de las relaciones funcionales, la modelación de fenómenos y la formulación de hipótesis. Al respecto, Sánchez-Bayona (2021) sugiere que este tipo de pensamiento es fundamental para la comprensión del álgebra temprana, ya que permite al estudiante reconocer patrones y generalizar a partir de ellos, lo que representa la transición del pensamiento aritmético al algebraico.

Cabezas y Mendoza (2016) argumentan que el Pensamiento Variacional permite la creación de estructuras cognitivas fuertes que facilitan la interpretación y modelado de situaciones relacionadas con el cambio. Estas estructuras permiten a los estudiantes movilizar conocimientos previos, establecer conexiones con nuevas ideas y desarrollar representaciones mentales flexibles, lo que les ayuda a comprender la variación y el comportamiento de las funciones matemáticas en contextos de la vida real.

La enseñanza de las matemáticas ha integrado históricamente la resolución de problemas como una estrategia central para abordar situaciones propias de la vida cotidiana. Esta práctica no solo permite el desarrollo de habilidades matemáticas, sino que también prepara al estudiante para enfrentar eventos del entorno con herramientas lógicas y analíticas. En este contexto, el pensamiento variacional ha sido frecuentemente tratado como un componente accesorio, generalmente incorporado en las fases finales del proceso de aprendizaje. Esta ubicación tardía ha hecho que su vínculo con la resolución de problemas se perciba como una consecuencia del pensamiento preoperacional, más que como una herramienta transversal para interpretar y comprender fenómenos diversos del entorno (Galvis-Rivera & González-Bautista, 2024).

Por otro lado, se ha evidenciado que la enseñanza del cálculo, en múltiples enfoques tradicionales, ha privilegiado la transmisión de procedimientos algorítmicos y el fortalecimiento de habilidades mecánicas orientadas a resolver ejercicios rutinarios. Este énfasis en la formalización y la ejecución sistemática de algoritmos ha limitado el uso flexible de representaciones diversas, restringiendo con ello el desarrollo de un pensamiento más amplio y comprensivo de los conceptos matemáticos (Hitty-Dufour, 2021; Rasmussen et al., 2014; Zaldívar-Rojas, Cabrera-Chim & Jiménez-Villalpando, 2025).

En contraste con estos enfoques mecanicistas, investigaciones recientes han mostrado un interés creciente por promover formas de pensamiento más abstractas y funcionales en los niveles escolares iniciales. En particular, el pensamiento algebraico ha adquirido una relevancia destacada dentro del campo de la Didáctica de la Matemática. Los resultados reportados por Narváez, Adamuz-Povedano y Cañadas (2025) evidencian una amplia producción académica centrada en este enfoque, así como la consolidación de redes de colaboración entre distintos investigadores. Conceptos como “early algebra”, “functional thinking” y “generalization” emergen como ejes temáticos predominantes en los estudios actuales, lo cual refleja una evolución en la forma de concebir el aprendizaje matemático desde etapas tempranas de escolaridad.

De manera similar, Hwang et al. (2024) argumentan que la integración de herramientas tecnológicas y metodologías activas, como el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), mejora significativamente el Pensamiento Variacional al involucrar al estudiante en experiencias auténticas de resolución de problemas. Este enfoque fomenta la investigación, el análisis crítico y la toma de decisiones colaborativa, convirtiendo al estudiante en un agente activo en la construcción del conocimiento.

Desde una perspectiva teórica, Nino-Merlo (2023), citando a Bosch (2001), afirma que la teoría antropológica del conocimiento (TAS) considera la actividad matemática como una organización estructurada en praxeologías que incorporan tipos de problemas, técnicas para resolverlos, discursos explicativos (tecnologías) y sus teorías de soporte. Este concepto permite entender las matemáticas como una práctica social situacional, donde el conocimiento y la comprensión se entrelazan, permitiendo al estudiante no sólo utilizar técnicas, sino también justificar sus procedimientos y crear argumentos sólidos.

En el contexto de la educación primaria, Peña-Lozano y González-Veloz (2022) destacan que el pensamiento variacional se centra en la identificación de patrones y variación, lo cual es clave para el aprendizaje del álgebra y el cálculo. Esta perspectiva enfatiza la necesidad de crear un ambiente de aula que fomente la indagación, la conjetura y la argumentación, que son fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático desde una edad temprana.

Con base en lo anterior, la estrategia de enseñanza desarrollada en este estudio se sustenta en tres enfoques teóricos que orientan su estructura y aplicación: el constructivismo, la teoría antropológica del conocimiento y el ABP. Desde una perspectiva constructivista, se reconoce que el Aprendizaje Significativo ocurre cuando la nueva información se integra significativamente con el conocimiento previo del estudiante, contribuyendo a una comprensión profunda y sostenida. Araya et al. (2007) señalan que los precursores del constructivismo a lo largo de la historia se pueden encontrar en las ideas de filósofos y científicos como Descartes, Galileo y Kant, quienes enfatizaron la importancia de la organización racional de la experiencia, la observación y el conocimiento.

Ausubel (2000) sostiene que el Aprendizaje Significativo depende no sólo del contenido transmitido, sino también de cómo está organizado y conectado con las estructuras cognitivas existentes. En este sentido, los docentes tienen la responsabilidad de crear un ambiente de aprendizaje que facilite la activación de los conocimientos previos y la conexión con nuevos conocimientos, lo cual es necesario para el desarrollo del pensamiento variacional.

Por su parte, el ABP, aceptado como una metodología central de la Estrategia Didáctica, tiene su origen en el médico y educador estadounidense Howard S. Burroughs, considerado el "padre del aprendizaje basado en problemas", toma su inspiración de la obra de Burroughs. Junto con Roberto Tamblyn, Burroughs publicó en 1980 el libro "Aprendizaje Basado en Problemas: Un Enfoque a la Educación Médica", que reunía los fundamentos teóricos y metodológicos de este enfoque, originalmente utilizado en la formación médica pero luego extendido a muchas disciplinas, incluida la educación matemática, como menciona Engle (1981).

Este enfoque desafía a los estudiantes a resolver problemas complejos que requieren que investiguen, analicen, debatan y desarrollen soluciones de forma colaborativa, desarrollando así habilidades de pensamiento crítico y una comprensión profunda del contenido. A diferencia del enfoque tradicional centrado en la memorización, el ABP fomenta la autonomía, la curiosidad y la aplicación del conocimiento en la vida real.

Cabrera-Dávila y Sánchez-Vargas (2023) afirman que el ABP ha demostrado su eficacia para mejorar el rendimiento académico en áreas como las matemáticas, especialmente en la comprensión de conceptos abstractos como el álgebra y el análisis funcional. De la Peña-Amorós et al. (2024) coinciden en que el objetivo del ABP es preparar a los futuros profesionales para afrontar eficazmente los retos del mundo laboral desarrollando habilidades esenciales que no se pueden lograr únicamente mediante el aprendizaje teórico.

En Colombia, Orozco-Carvajal (2023) sostiene que la calidad de la educación se evalúa principalmente a través de pruebas estandarizadas utilizadas por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), que juega un papel central en la medición del desempeño de los estudiantes a nivel nacional. Estas evaluaciones permiten una valoración precisa del nivel educativo en diversas competencias, incluidas las matemáticas. Peña-Lozano y González-Veloz (2022) complementan esta visión al señalar que el ICFES —antes Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior— fue el principal organismo encargado de



desarrollar estos instrumentos de evaluación, fortaleciendo su reconocimiento y validez a nivel nacional e internacional.

Como parte de este proceso de investigación, se utilizó un cuestionario (<https://bit.ly/4Aqetus>) compuesto por veinte preguntas como Pre-test y Post-test, tanto para el grupo experimental como para el grupo control: diez de las pruebas PISA (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2015) y diez del ICFES (2022). Estas preguntas se utilizaron en su forma original, lo que garantiza su validez, confiabilidad y cumplimiento de los estándares internacionales. El propósito del cuestionario fue evaluar el nivel de desarrollo del pensamiento variacional y el conocimiento de sistemas algebraicos y analíticos en estudiantes de décimo grado, tomando en cuenta aspectos como el reconocimiento de patrones, el análisis de relaciones funcionales y la interpretación de representaciones algebraicas y gráficas.

George Polya, considerado uno de los mayores promotores del Pensamiento Matemático en el siglo XX, también es mencionado en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (1998) por su invaluable contribución a la enseñanza de la resolución de problemas. Shirali (2014) destaca que Polya promovió a lo largo de su vida una cultura basada en el pensamiento heurístico, desarrollando un modelo que incluye etapas como la comprensión del problema, la planeación, la ejecución y la verificación, lo que promueve la metacognición, el razonamiento y la creatividad en el aula.

El desarrollo de la adolescencia contemporánea se ha visto fuertemente influenciado por la exposición constante a las tecnologías digitales, como internet, las redes sociales y los dispositivos móviles. Esta familiaridad con los entornos virtuales facilita la comunicación continua entre iguales, aunque también puede generar hábitos de uso excesivo que impactan negativamente la vida académica y personal, a la vez que generan efectos positivos en ciertos contextos (Ruiz-Lázaro, Jiménez-García y Huetos-Domínguez, 2025).

En respuesta a estos desafíos, se han promovido propuestas educativas mediadas por tecnologías emergentes, orientadas a mejorar el aprendizaje en áreas complejas. En este sentido, Hernández-Torres, Caparrós-Mancera, Rodríguez-Pérez y Rodríguez-González (2025) diseñaron una herramienta de Realidad Aumentada (RA) como recurso didáctico para fortalecer el pensamiento variacional en asignaturas como "Cálculo, Construcción y Ensayo de Máquinas" en programas de ingeniería. La aplicación de esta tecnología demostró un aumento en la motivación del alumnado, lo que respalda su utilidad pedagógica.

Respecto al aprendizaje en entornos virtuales, Pérez-Conde, De la Fuente, Barroso-Saraiva y Baena-González (2025), haciendo eco de los planteamientos de Ortiz y Moreno (2014), enfatizan que la eficacia del proceso educativo en línea depende de la infraestructura tecnológica, que debe garantizar una adecuada calidad y cantidad en la transmisión de información y la interacción entre los participantes.

La consolidación de los entornos digitales de aprendizaje ha sido posible gracias a los avances tecnológicos, como indican Luque-López, García-Pazo y Molina-Mula (2024). Esta transformación tecnológica no solo ha impactado en el ámbito educativo, sino que también ha permeado áreas como la salud, el trabajo, la comunicación y el entretenimiento, reafirmando su papel central en la vida contemporánea (Colombo-Ruano y González-González, 2024; Czaja et al., 2006).

Este proceso ha propiciado un cambio significativo en los enfoques educativos, posicionando las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) como elementos fundamentales para la innovación pedagógica. Martín-Párraga, Llorente-Cejudo y Barroso-Osuna (2023) destacan que, dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje, es crucial considerar la disposición del profesorado a utilizar las TIC, ya que su actitud hacia estas herramientas puede facilitar o limitar su integración efectiva en el aula (Flores-Lueg & Roig-Vila, 2017; Mejía et al., 2018).

Desde esta perspectiva, planteamos la hipótesis de que el uso de este enfoque permite a los estudiantes construir conocimiento basado en sus propias experiencias, asumir un rol activo en el aprendizaje y

experimentar las matemáticas como una actividad significativa y contextualizada. Así, la implementación de una estrategia de enseñanza orientada al ABP permitió observar objetivamente el progreso en la comprensión y utilización del pensamiento variacional, lo que contribuyó al fortalecimiento del pensamiento matemático y al mejoramiento del rendimiento académico.

Finalmente, se reconoce que el Pensamiento Variacional, además de contenidos de aprendizaje específicos, representa un enfoque transversal que permite a los estudiantes interpretar fenómenos de cambio, establecer conexiones entre representaciones matemáticas y construir modelos funcionales aplicables a diferentes áreas del conocimiento. En consecuencia, el objetivo de este estudio es determinar el impacto de una estrategia de enseñanza orientada al ABP en el desarrollo del pensamiento variacional y el rendimiento académico en sistemas algebraicos y analíticos entre estudiantes de décimo grado.

2. Revisión de la literatura

La historia del Pensamiento Variacional está estrechamente vinculada al desarrollo de las matemáticas, en particular, al surgimiento del cálculo diferencial e integral, la geometría y la física. Aunque el concepto ha sido introducido recientemente en el ámbito educativo, sus fundamentos están ligados a los orígenes de las matemáticas como disciplina formal. Según Gómez-Ospina (2013), este tipo de pensamiento está relacionado con procesos de cambio y variación y su comprensión es fundamental para potenciar las acciones pedagógicas en el aula.

A su vez, los Lineamientos Curriculares en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional de Colombia establecen que la resolución de problemas no debe ser considerada sólo como una actividad de aplicación de conocimientos previamente adquiridos, sino también como un proceso a través del cual se crea conocimiento matemático (Ministerio de Educación Nacional, 1998). En este sentido, se destaca que la formulación y análisis de problemas se convierte en una herramienta fundamental en el aula. De igual manera, los DBA estipulan que el estudiante debe explicar, representar y transformar situaciones que involucren relaciones cuantitativas, promoviendo así una comprensión temprana de conceptos algebraicos y funcionales (Ministerio de Educación Nacional, 2016).

Hwang et al. (2024) enfatizan que a través de la integración de la mediación tecnológica y metodologías como el ABP, se mejora el pensamiento variacional al involucrar al estudiante en experiencias de resolución de problemas del mundo real, promoviendo la indagación, el análisis crítico y la formulación colaborativa de soluciones.

Niño-Merlo (2023), citando a Bosch (2001), explica que la teoría antropológica del conocimiento concibe la actividad matemática como una organización estructurada en praxeologías, integrada por tipos de problemas, técnicas para resolverlos, discursos explicativos (tecnologías) y las teorías que los sustentan. Al respecto, Peña-Lozano y González-Veloz (2022) destacan que el pensamiento variacional en educación primaria se centra en los patrones y la variación, como base para el estudio del álgebra y el cálculo.

Desde una perspectiva constructivista, el aprendizaje significativo ocurre cuando la nueva información se conecta con el conocimiento previo (Ausubel, 2000). Araya et al. (2007) destacan los antecedentes del pensamiento constructivista en las ideas de Descartes, Galileo y Kant, y reconocen la diversidad de enfoques derivados de este paradigma.

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) ha sido reconocido como una metodología centrada en el estudiante, cuyo propósito es fomentar competencias esenciales para la vida profesional y académica, tales como el pensamiento crítico, la toma de decisiones fundamentadas, la construcción autónoma del conocimiento y el trabajo colaborativo. Desde esta perspectiva, Mendoza-Sifuentes, Vega-Vilca, Silva-Narvaste y Boy-Barreto (2024) analizaron distintas concepciones en torno a esta estrategia en contextos educativos, destacando su potencial para transformar las dinámicas tradicionales de enseñanza.



De manera complementaria, Coronel, Gamarra, Huarez, Faustino y Collazos (2023), retomando las ideas de Dueñas (2007), sostienen que el ABP debe entenderse como un enfoque pedagógico versátil, tanto en lo metodológico como en lo didáctico, que permite al estudiante desempeñar un rol activo en la construcción de saberes significativos. Esta visión plantea la necesidad de reflexionar sobre experiencias exitosas donde esta metodología ha sido implementada, con el fin de promover su aplicación en la práctica profesional docente y en los procesos formativos de los propios educandos.

Por su parte, Plaza-Angulo y López-Toro (2025) destacan que el ABP, cuyo origen se remonta a mediados del siglo XX, ha logrado consolidarse en diversos escenarios educativos, especialmente en la formación empresarial y en la educación superior. En estos espacios, esta metodología ha evolucionado desde el estudio de casos hacia propuestas más complejas e integradoras, como lo evidencian las investigaciones de Amo et al. (2014), Jiménez et al. (2013), Martín-Peña et al. (2015), Castilla-Polo et al. (2022) y Morselli y Gorenc (2022), quienes han documentado su implementación en universidades y otras instituciones de formación avanzada.

Por su parte, el ABP desarrollado originalmente por Howard S. Burroughs durante su formación médica, se ha convertido en una metodología efectiva en varios campos, incluidas las matemáticas (Engle, 1981). Esta metodología permite al estudiante desempeñar un rol activo y contribuir a la construcción del conocimiento a través de la resolución de problemas contextualizados. Cabrera-Dávila y Sánchez-Vargas (2023) muestran que el ABP mejora significativamente el rendimiento académico, especialmente en la comprensión de conceptos abstractos. Asimismo, De la Peña-Amorós et al. (2024) argumentan que este enfoque permite la adquisición de habilidades transferibles al ámbito profesional.

Orozco-Carvajal (2023) destaca que la calidad de la educación en Colombia se mide principalmente mediante pruebas estandarizadas del ICFES, como también lo señalan Peña-Lozano y González-Velosa (2022). En este estudio se utilizó un cuestionario de veinte ítems compuesto por preguntas de las pruebas PISA (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2015) e ICFES (2022) para evaluar el desarrollo del pensamiento variacional y su aplicación en sistemas algebraicos y analíticos.

Los Lineamientos Curriculares también reconocen el valor del enfoque heurístico de George Pólya para fortalecer el pensamiento matemático. Shirali (2014) destaca las fases del método de Pólya como herramientas para promover metacognición, razonamiento y creatividad.

En definitiva, este marco conceptual respalda la implementación de la Estrategia Didáctica incorporando el ABP, aplicada en un diseño cuasi-experimental con grupo control y grupo experimental. El análisis de los resultados obtenidos mediante el Pre-test y Post-test permite evaluar el impacto del ABP en el desarrollo del Pensamiento Variacional.

3. Metodología

La asignación de grupos se basó en los resultados del diagnóstico inicial (Pre-test), especialmente en el ítem "Participación previa en estrategias didácticas relacionadas con el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)". Los datos mostraron que el 73,5% de los estudiantes del Grupo Décimo 1 informaron tener experiencia previa con estrategias basadas en ABP, mientras que solo el 34,5% de los estudiantes del Grupo Décimo 2 informaron estar familiarizados con la metodología. Debido a esta diferencia, el grupo Décimo 2 fue designado como grupo experimental porque su menor experiencia previa con ABP permitió una evaluación más precisa de los efectos de la Estrategia Didáctica.

En consecuencia, el grupo Décimo 1 fue establecido como grupo de control, manteniendo una enseñanza de corte tradicional para evitar sesgos en la medición de los resultados, dada su familiaridad con el enfoque ABP. Esta distribución respondió a tres criterios fundamentales. Primero, se buscó reducir posibles sesgos en la evaluación del impacto, ya que un grupo control con alta experiencia previa en ABP podría reflejar

aprendizajes anteriores y no necesariamente efectos de la intervención. Segundo, se consideraron las condiciones iniciales de cada grupo, lo cual facilitó una comparación más justa y precisa del efecto de la estrategia entre estudiantes con menor trayectoria en esta metodología. Tercero, la distribución adoptada fortaleció la validez interna del diseño cuasiexperimental, al asegurar que los cambios observados pudieran ser atribuidos con mayor certeza a la implementación de la estrategia didáctica, y no a factores previos.

La investigación adoptó un enfoque cuantitativo y un método cuasiexperimental con aplicación de pruebas Pre-test y Post-test en dos grupos independientes (control y experimental), en consonancia con las directrices metodológicas propuestas por Rodríguez -Pérez y Ramírez (2015) citando Campbell y Stanley (2005). De este modo, siguiendo estas directrices Salazar-Rojas (1969), analiza los conceptos del diseño experimental, de validez interna y externa, así como las amenazas que diversos factores pueden presentar para estas, además de los elementos de control que el método científico y los diseños de investigación disponen para contrarrestar dichas amenazas, como la aleatorización, el pretest y el grupo control.

En efecto, la muestra estuvo conformada por un total de 69 estudiantes de grado décimo, distribuidos en un grupo experimental ($n = 35$) y un grupo control ($n = 34$). En el caso del grupo control, la totalidad de los estudiantes respondió el Pre-test, pero únicamente 30 participaron en el Post-test, debido a inasistencias justificadas.

Por su parte, entre el 28 de enero y el 10 de abril de 2025, se implementó la Estrategia Didáctica incorporando el ABP con el grupo experimental. Esta intervención contempló quince sesiones centradas en el fortalecimiento del Pensamiento Variacional y su aplicación a los Sistemas Algebraicos y Analíticos. De este modo, tanto el grupo experimental como el grupo de control participaron en una evaluación diagnóstica inicial (Pre-test) al inicio del proceso (sesión 0), y en una evaluación final (Post-test) al concluir la intervención (sesión 15). En efecto, estos instrumentos permitieron medir los cambios en el rendimiento académico derivados de la Estrategia Didáctica.

Los resultados obtenidos evidenciaron una mejora significativa en el grupo experimental, lo que sugiere un impacto positivo de la estrategia didáctica basada en el ABP sobre el aprendizaje de los estudiantes. Con base en lo anterior, se plantearon las siguientes hipótesis de investigación:

3.1. Hipótesis de la investigación

La implementación de una estrategia didáctica por medio del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) mejora significativamente el desarrollo del Pensamiento Variacional en estudiantes de grado décimo aplicados a los Sistemas Algebraicos y Analíticos, y es percibida por los docentes de la Institución Educativa Villa de la Candelaria como una estrategia fiable y efectiva.

3.1.1. Grupo experimental

- Hipótesis nula (H_{01}): No existe una diferencia significativa entre las medias del Pre-test y Post-test del grupo experimental; es decir, la estrategia didáctica basada en ABP no mejora significativamente el desarrollo del Pensamiento Variacional en estudiantes de grado décimo.

Formalmente: $H_{01}: \mu_1 = \mu_2$

Donde:

μ_1 = media del puntaje en el Pre-test del grupo experimental

μ_2 = media del puntaje en el Post-test del grupo experimental

- Interpretación: No existe diferencia significativa entre los puntajes antes y después de la implementación de la estrategia didáctica basada en ABP.



- Hipótesis alternativa (H_{11}): Existe una diferencia significativa entre las medias del Pre-test y Post-test del grupo experimental; es decir, la estrategia didáctica basada en ABP sí mejora significativamente el desarrollo del Pensamiento Variacional en estudiantes de grado décimo.

Formalmente: $H_{11}: \mu_1 \neq \mu_2$

Interpretación: Existe una diferencia significativa entre los puntajes del Pre-test y Post-test del grupo experimental, atribuible a la implementación de la estrategia didáctica basada en ABP.

3.1.2. Grupo de control

- Hipótesis nula (H_{02}): No existe una diferencia significativa entre las medias del Pre-test y Post-test del grupo de control; es decir, el método tradicional no produce cambios significativos en el desarrollo del Pensamiento Variacional.

Formalmente: $H_{02}: \mu_3 = \mu_4$

Donde:

μ_3 = media del puntaje en el Pre-test del grupo de control

μ_4 = media del puntaje en el Post-test del grupo de control

Interpretación: No existe diferencia significativa entre los puntajes antes y después del proceso tradicional de enseñanza.

- Hipótesis alternativa (H_{12}): Existe una diferencia significativa entre las medias del Pre-test y Post-test del grupo de control; es decir, el método tradicional sí produce cambios significativos en el desarrollo del Pensamiento Variacional.

Formalmente: $H_{12}: \mu_3 \neq \mu_4$

Interpretación: Existe una diferencia significativa entre los puntajes del Pre-test y Post-test del grupo de control, atribuible al desarrollo normal de las clases con el método tradicional.

3.1.3. Comparación entre el Grupo Experimental y el Grupo de Control en el Post-test

- Hipótesis nula (H_{03}): No existe una diferencia significativa entre las medias del Post-test del grupo experimental y del grupo de control; es decir, la estrategia didáctica basada en ABP no produce efectos significativamente diferentes en comparación con el método tradicional.

Formalmente: $H_{03}: \mu_2 = \mu_4$

Donde:

μ_2 = media del puntaje en el Post-test del grupo experimental

μ_4 = media del puntaje en el Post-test del grupo de control

Unilateralmente: $H_{03}: \mu_2 \leq \mu_4$

Interpretación: No existe diferencia significativa en el desarrollo del Pensamiento Variacional entre los estudiantes que participaron en la estrategia didáctica basada en ABP y los que siguieron el método tradicional.

• Hipótesis alternativa (H_{13}): Existe una diferencia significativa entre las medias del Post-test del grupo experimental y del grupo de control; es decir, la estrategia didáctica basada en ABP sí genera efectos significativamente diferentes en comparación con el método tradicional.

Formalmente: $H_{13}: \mu_2 \neq \mu_4$

Unilateralmente: $H_{13}: \mu_2 > \mu_4$

Interpretación: Existe una diferencia significativa en el desarrollo del Pensamiento Variacional entre los estudiantes del grupo experimental (Estrategia Didáctica incorporando el ABP) y los del grupo de control (método tradicional).

4. Resultados

El análisis de los datos recogidos a partir del diseño cuasi-experimental permitió evaluar el impacto de una Estrategia Didáctica incorporando el ABP en el rendimiento académico de los estudiantes de educación media en contenidos de sistemas algebraicos y analíticos. Para ello, se compararon los resultados obtenidos por el Grupo Experimental y el Grupo de Control en pruebas diagnósticas (Pre-test) y finales (Post-test).

4.1. Grupo experimental

A continuación, se presentan los resultados obtenidos por los estudiantes del Grupo Experimental (Grupo 10-02) al aplicar el Pre-test y el Post-test. Estos datos nos permiten observar diferencias individuales en el rendimiento académico tras la implementación de la estrategia de enseñanza aprendizaje incorporando el ABP (ver Tabla 1).

Pre-Test	Post-test
23,75	22,5
15	22,5
12,5	25
16,25	15
15	30
5	45
7,5	45
16,25	42,5
11,25	28,75
8,75	31,25
10	28,75
8	18,75
10	25
6,25	23,75
36,25	23,75
7,5	38,75
15	22,5
33,75	27,5
17,5	50
23,75	30
33,75	13,75
13,75	32,5
25	50
7,5	50
18,75	50
22,5	50
23,75	50
12,5	50
20	46,25
23,75	50
10	50
5	40
12,5	50
25	50
25	50

Tabla 1. Resultados del Pre-test y el Post-test en el Grupo Experimental. Fuente: Elaboración propia.



La media aritmética del grupo experimental en el Pre-test fue de 16,51 puntos, mientras que en el Post-test alcanzó los 36,54 puntos. Este aumento refleja una mejora significativa en el rendimiento académico tras la implementación de la estrategia. Además, se observó un aumento en la varianza (de 71,42 a 155,34) y en la desviación estándar (de 8,45 a 12,46), lo que indica una mayor dispersión de calificaciones en la evaluación final.

Ahora, con el propósito de determinar si la diferencia observada era estadísticamente significativa, se aplicó la prueba t de Student para muestras independientes, considerando los tamaños muestrales correspondientes al Pretest (n_1) y al Post-test (n_2). La fórmula empleada para el cálculo fue la siguiente:

$$t = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Donde:

$$n_1 = 35$$

$$\mu_1 \cong 16,51$$

$$s_1^2 \cong 71,42$$

$$n_2 = 35$$

$$\mu_2 \cong 36,54$$

$$s_2^2 \cong 155,34$$

Sustituyendo los valores:

$$t = \frac{36,54 - 16,51}{\sqrt{\frac{71,42}{35} + \frac{155,34}{35}}} = \frac{20,03}{\sqrt{2,04 + 4,44}} = \frac{20,03}{2,55} \cong 7,866$$

$$\alpha = 0,05$$

$$gl = 35 + 35 - 2$$

Valor crítico: $\pm 1,995$.

p calculado: $3,84 \times 10^{-11}$

Lo anterior, permite rechazar la hipótesis nula con un alto nivel de confianza y confirmar que la diferencia entre ambas pruebas es estadísticamente significativa (ver Figura 1).

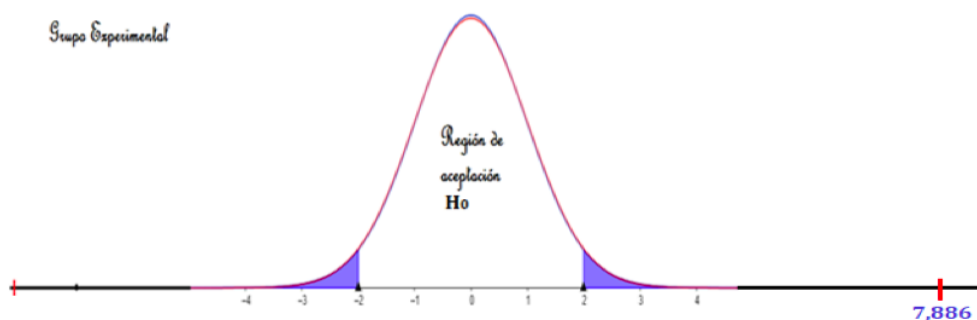


Figura 1. Distribución t de Student de dos colas para el Grupo Experimental. Fuente: Elaboración propia con la ayuda de GeoGebra.

Dado que el cuestionario utilizado fue el mismo tanto en el pretest como en el Pos-test, y que el estudiantado ya estaba familiarizado con él, se procedió a realizar un análisis de covarianza (ANCOVA). De acuerdo con IBM SPSS Statistics (2021), el procedimiento de análisis de covarianza permite comparar las medias de una variable dependiente continua en función de dos o más variables de tipo factor, y examinar el efecto de una o más covariables, así como las interacciones entre estas y los factores. Las variables de tipo factor dividen la población en grupos, permitiendo probar hipótesis nulas sobre los efectos de otras variables en las medias de una única variable dependiente (ver Tabla 2). También es posible investigar las interacciones entre factores, los efectos de factores individuales (algunos de ellos aleatorios), así como la influencia de las covariables y sus interacciones con los factores.

Para llevar a cabo manualmente un análisis de covarianza (ANCOVA) básico a través de regresión lineal simple, se ajustó un modelo en el cual β_0 representa el intercepto, β_1 corresponde al coeficiente de regresión asociado a la covariable, y ϵ denota el término de error que capta la variabilidad no explicada por el modelo. El modelo ajustado fue el siguiente:

$$Post - test = \beta_0 + \beta_1 \cdot (Pre - test) + \epsilon$$

(X_i)	(Y_i)	$X_i * Y_i$	X_i^2	Y_i^2
23,75	22,5	534,375	564,0625	506,25
15	22,5	337,5	225	506,25
12,5	25	312,5	156,25	625
16,25	15	243,75	264,0625	225
15	30	450	225	900
5	45	225	25	2025
7,5	45	337,5	56,25	2025
16,25	42,5	690,625	264,0625	1806,25
11,25	28,75	323,4375	126,5625	826,5625
8,75	31,25	273,4375	76,5625	976,5625
10	28,75	287,5	100	826,5625
8	18,75	150	64	351,5625
10	25	250	100	625
6,25	23,75	148,4375	39,0625	564,0625
36,25	23,75	860,9375	1314,0625	564,0625
7,5	38,75	290,625	56,25	1501,5625
15	22,5	337,5	225	506,25
33,75	27,5	928,125	1139,0625	756,25
17,5	50	875	306,25	2500
23,75	30	712,5	564,0625	900
33,75	13,75	464,0625	1139,0625	189,0625
13,75	32,5	446,875	189,0625	1056,25
25	50	1250	625	2500
7,5	50	375	56,25	2500
18,75	50	937,5	351,5625	2500
22,5	50	1125	506,25	2500
23,75	50	1187,5	564,0625	2500
12,5	50	625	156,25	2500
20	46,25	925	400	2139,0625
23,75	50	1187,5	564,0625	2500
10	50	500	100	2500
5	40	200	25	1600
12,5	50	625	156,25	2500
25	50	1250	625	2500
25	50	1250	625	2500

Tabla 2. Datos de Pretest, Pos-test y Cálculos de Covarianza para el Análisis ANCOVA en el Grupo Experimental. Fuente: Propia.



Tras organizar los 35 pares de datos correspondientes al grupo control, se realizaron los siguientes cálculos:

$$\Sigma x = 617.5$$

$$\Sigma y = 1363.75$$

$$\Sigma x^2 = 12767.1875$$

$$\Sigma y^2 = 56237.1875$$

$$\Sigma xy = 23762.5$$

$$n = 35$$

Luego

$$\beta_1 = \frac{n \Sigma(x_i y_i) - \Sigma x_i \Sigma y_i}{n \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2}$$

Sustituyendo:

$$\beta_1 \cong -0.1446$$

Posteriormente,

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \cdot \bar{x}$$

Donde:

$$\bar{x} \cong 17.643$$

$$\bar{y} \cong 38.964$$

Entonces:

$$\beta_0 \cong 41.515$$

De este modo,

β_1 es aproximadamente igual a -0,145

$$\hat{y} = 41.515 - 0.145 \cdot x$$

Por último,

$$R^2 = \frac{[n \Sigma xy - \Sigma x \Sigma y]^2}{[n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2] \cdot [n \Sigma y^2 - (\Sigma y)^2]}$$

Sustituyendo:

$$R^2 \cong 0.0126$$

Interpretación:

- β_1 (pendiente): -0.145 → Indica una relación muy débil y negativa entre Pre-test y Post-test.
- β_0 (intercepto): 41.515 → Valor estimado del Post-test si el Pre-test fuera 0.
- $R^2 \approx 0.013$ → Sólo el 1.3% de la variabilidad del Post-test es explicada por el Pre-test → muy baja capacidad explicativa.
- No hay efecto estadísticamente significativo del Pre-test sobre el Post-test.

4.2. Grupo de Control

En cuanto al grupo de control, compuesto por 34 estudiantes en el Pre-test y 30 en el Post-test (ver Tabla

3), también se evidenció una mejora, aunque menos pronunciada. La media aumentó de 19,06 a 32,17, con una varianza de 53,79 en el Pre-test y 89,11 en el Post-test. La desviación estándar se incrementó de 7,33 a 9,44. La prueba t para muestras relacionadas arrojó un valor de $t = -6,143$ con 62 grados de libertad y un valor crítico de $\pm 1,999$. El p-valor fue de $6,36 \times 10^{-8}$, lo que también representa una diferencia estadísticamente significativa entre las dos mediciones.

Pre-Test	Post- test
11,25	47,5
23,75	36,25
11,25	25
28,25	18,75
13,75	32,5
21,25	30
11,25	32,5
17,5	33,75
33,75	25
19,25	11,25
20	37,5
22,5	35
40	21,25
11,25	35
21,25	27,5
8,75	30
15	27,5
15	26,25
26,25	35
28,75	37,5
18,75	32,5
28,75	30
18,75	27,5
26,25	22,5
18,75	28,75
20	23,75
11,25	45
11,25	50
17,5	50
18,75	50
23,75	
16,25	
10	
10	

Tabla 3. Resultados del Pre-test y el Post-test en el Grupo de Control. Fuente: Elaboración propia.

De manera complementaria, se aplicó la prueba t de Student para muestras independientes, bajo los siguientes parámetros: n_3 correspondiente al Pre-test y n_4 al Post-test. Esta prueba permitió evaluar si la diferencia observada entre ambos grupos era estadísticamente significativa tras la aplicación de la intervención.:

Datos:

$$n_3 = 34$$

$$\mu_3 \cong 19,06$$

$$s_3^2 \cong 53,79$$

$$n_4 = 30$$

$$\mu_4 \cong 32,17$$

$$s_4^2 \cong 89,11$$



Fórmula de la prueba t para muestras independientes:

$$t = \frac{\mu_4 - \mu_2}{\sqrt{\frac{s_3^2}{n_3} + \frac{s_4^2}{n_4}}}$$

Grados de libertad estimados (Welch):

$$df \cong \frac{\left(\frac{s_3^2}{n_3} + \frac{s_4^2}{n_4}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_3^2}{n_3}\right)^2}{n_3 - 1} + \frac{\left(\frac{s_4^2}{n_4}\right)^2}{n_4 - 1}}$$

Resultados del cálculo:

- $t \approx 6,14$
- Grados de libertad $\approx 54,53$
- $p < 0,05$

Dado que el análisis se realizó considerando el Pretest y el Post test como grupos independientes, la diferencia observada entre ambas mediciones resulta estadísticamente significativa. Este hallazgo respalda la mejora registrada en el grupo control según ambos enfoques de análisis estadístico empleados (ver Figura 2).

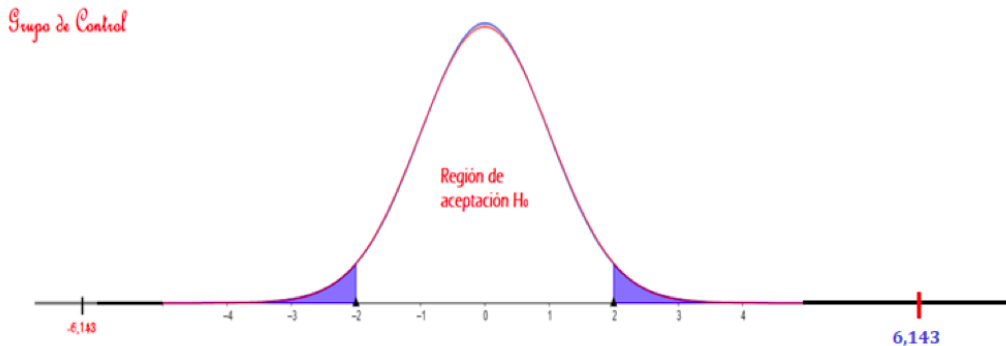


Figura 2. Distribución t de Student de dos colas para el Grupo de Control. Fuente: Elaboración propia con la ayuda de GeoGebra.

Aunque ambos grupos experimentaron mejoras en sus resultados, la ganancia en el grupo experimental fue más marcada. Este hallazgo sugiere que la intervención de la Estrategia Didáctica incorporando el ABP no solo favoreció la comprensión conceptual de los sistemas algebraicos y analíticos, sino que también promovió un aprendizaje más activo, contextualizado y significativo. En contraste, el grupo control, que recibió enseñanza convencional, mostró avances más modestos, posiblemente ligados al repaso de contenidos sin el soporte de situaciones problema ni la articulación con contextos reales.

Ahora, se realiza un análisis de covarianza (ANCOVA) básico, realizado manualmente con los datos del grupo de control (Grupo 10-01):

- Resultados del modelo de regresión lineal simple:
- Tamaño de muestra (n): 30
- Intercepto (β_0): 41.39
- Coeficiente de Pre-test (β_1): -0.47

Esto sugiere que, por cada punto adicional en el Pre-Test, el Post-Test tiende a disminuir en 0.47 puntos, aunque esto no necesariamente implica causalidad sin comprobar significancia estadística.

- R-cuadrado: 0.135

Es decir, solo el 13.5% de la variabilidad en los puntajes del Post-Test puede explicarse por los puntajes del Pre-Test. La relación es débil.

4.3. Grupo Experimental y Grupo de Control (Post-Test)

Organización de los datos:

- Grupo Control: 30 datos (los valores del Post-test).
- Grupo Experimental: 35 datos (los valores del Post-test).

Observamos que las cantidades de datos son diferentes, pero podemos proceder usando la versión de prueba t para varianzas desiguales si es necesario (ver Tabla 4).

Control	Experimental
Post-Test	Post- test
47,5	22,5
36,25	22,5
25	25
18,75	15
32,5	30
30	45
32,5	45
33,75	42,5
25	28,75
11,25	31,25
37,5	28,75
35	18,75
21,25	25
35	23,75
27,5	23,75
30	38,75
27,5	22,5
26,25	27,5
35	50
37,5	30
32,5	13,75
30	32,5
27,5	50

Control	Experimental
Post-Test	Post- test
22,5	50
28,75	50
23,75	50
45	50
50	50
50	46,25
50	50
	50
	40
	50
	50
	50

Tabla 4. Resultados del Post-test en el Grupo Experimental y Grupo de Control. Fuente: Elaboración propia a partir del Cuestionario del Post-Test del Grupo Experimental y Grupo de Control.

Además, se utilizó una prueba t de Student para muestras independientes con los siguientes parámetros:

Datos:

$$n_2 = 35$$

$$\mu_2 \cong 36,54$$

$$s_2^2 \cong 155,34$$

$$n_4 = 30$$

$$\mu_4 \cong 32,17$$

$$s_4^2 \cong 89,11$$

Fórmula de la prueba t para muestras independientes:

$$t = \frac{\mu_4 - \mu_2}{\sqrt{\frac{s_2^2}{n_2} + \frac{s_4^2}{n_4}}}$$

Resultados del cálculo:

$$t \approx 1,653$$

El valor t obtenido se comparó con el valor crítico correspondiente para un nivel de significancia de $\alpha = 0,05$ en una prueba bilateral para muestras independientes. Dado que el valor t observado fue inferior al valor crítico (aproximadamente 2,000) y no se obtuvo un valor p inferior al nivel de significancia establecido, no se pudo rechazar la hipótesis nula.

En consecuencia, los resultados de la prueba t de Student para muestras independientes no mostraron

diferencias estadísticamente significativas entre las puntuaciones obtenidas en el Post test por los grupos experimental y control, con un nivel de significancia del 5%. Esto indica que, si bien el grupo experimental alcanzó una media ligeramente superior, esta diferencia no puede atribuirse con certeza a la intervención pedagógica implementada.

Estos resultados son consistentes con estudios previos que han demostrado la efectividad del ABP en el desarrollo del Pensamiento Variacional y la mejora del rendimiento académico en áreas específicas. En este sentido, se ha demostrado una vez más que el ABP, al promover la resolución de problemas, el trabajo colaborativo y el pensamiento matemático, representa una metodología ideal para potenciar el Pensamiento Variacional y la comprensión de estructuras algebraicas complejas en estudiantes de secundaria.

5. Conclusiones

Con base en el análisis de los resultados obtenidos en el marco de un diseño cuasiexperimental, se concluyó que la estrategia de enseñanza utilizando ABP tuvo un impacto positivo y estadísticamente significativo en el rendimiento académico de los estudiantes de décimo grado en asignaturas relacionadas con sistemas algebraicos y analíticos. De hecho, la mejora significativa del grupo Experimental tanto en las puntuaciones medias como en la significancia de los resultados obtenidos en la prueba T muestra que la intervención educativa contribuyó al desarrollo de un aprendizaje más profundo y significativo.

Aunque hubo una mejora entre la prueba previa y la posterior en el grupo de control, esta mejora fue menor y pudo deberse al curso natural del año escolar o a la repetición de contenidos. En cambio, el grupo experimental, con situaciones problemáticas contextualizadas y la colaboración típica del ABP, no sólo mejoró los resultados, sino que también fortaleció habilidades relacionadas con el pensamiento variacional, como el modelado, la generalización de modelos y la interpretación funcional de fenómenos matemáticos.

Sin embargo, en una de las comparaciones entre los grupos Experimental y de Control, especialmente en el análisis Post-test realizado mediante la prueba t de Student para muestras independientes ($t \approx 1,653$; $p > 0,05$), no se encontró diferencia estadísticamente significativa. Esto indica que, aunque el grupo experimental tuvo un rendimiento ligeramente superior al promedio, esta diferencia no puede atribuirse inequívocamente a la intervención. Estos resultados crean nuevas oportunidades para futuras investigaciones, que recomiendan ampliar el tamaño de la muestra y extender la duración de la estrategia de enseñanza para observar más claramente el impacto potencial del ABP en el desarrollo del pensamiento variacional.

De manera similar, se ha propuesto desarrollar estudios de métodos mixtos que incorporen metodologías cualitativas, como la observación en clase o las entrevistas, para capturar dimensiones del aprendizaje que no se demuestran fácilmente mediante pruebas estandarizadas. También sería conveniente analizar variables intervinientes, como el perfil del profesorado, el contexto institucional o el acceso a recursos educativos, ya que estos elementos pueden influir en la efectividad del ABP en contextos de enseñanza de la vida real.

Estos resultados apoyan la inclusión de métodos activos, especialmente el ABP, dentro de las propuestas didácticas para la enseñanza de las matemáticas en secundaria. Su potencial para promover el aprendizaje independiente, el pensamiento matemático y la transferencia de conocimientos a la vida real lo convierte en una herramienta educativa importante para fortalecer las habilidades funcionales de los estudiantes.

Por otra parte, el análisis de covarianza (ANCOVA) aplicado al grupo de Control (10-01) reveló que el modelo de regresión lineal simple presenta una relación negativa entre los puntajes Pre-test y Post-test, con un coeficiente de pendiente (β_1) de $-0,47$. Esto indica que, por cada puntuación adicional obtenida en la prueba previa, la puntuación de la prueba posterior generalmente disminuye en 0,47 puntos. Sin embargo, esta asociación no puede considerarse causal porque no se ha confirmado su significación estadística. Además, el coeficiente de determinación (R^2) fue de 0,135, lo que indica que solo el 13,5% de la variabilidad de los resultados posteriores a la prueba se explicó por los resultados previos a la prueba, lo que refleja una relación



débil.

Se encontró que el coeficiente de pendiente (β_1) para el grupo experimental fue igual a $-0,145$, lo que indica una relación negativa aún más débil entre las puntuaciones previas y posteriores a la prueba. El valor de intersección (β_0) fue $41,515$, que representa el valor estimado del Post-test cuando el Pre-test es cero. El coeficiente de determinación (R^2) alcanzó sólo $0,013$, lo que indica un poder explicativo prácticamente nulo del Pre-test en comparación con el Post-test. Así, se concluyó que no hubo efecto estadísticamente significativo del Pre-test sobre el Post-test en los dos grupos analizados.

En definitiva, se recomienda su implementación sistemática en los programas de las instituciones educativas que buscan lograr aprendizajes sostenibles, contextualizados y adaptados a los retos del siglo XXI. También se propone explorar el impacto del ABP en otras áreas del conocimiento matemático, así como su integración con las tecnologías digitales y los procesos de evaluación formativa, con el fin de enriquecer las prácticas docentes y mejorar la calidad de la educación en el nivel secundario.

Agradecimientos

Los autores expresan su sincero agradecimiento a todas aquellas personas e instituciones que, sin cumplir los criterios de autoría, hicieron contribuciones significativas al desarrollo de esta obra. De igual manera, agradecemos especialmente al personal técnico y administrativo de la Institución Educativa Villa de la Candelaria por su valiosa colaboración en la logística y organización de las actividades desarrolladas. Además, reconocemos la dedicación de los docentes que participaron en las jornadas de recolección de datos, facilitando el acceso a los espacios educativos y apoyando el proceso de implementación de la Estrategia Didáctica.

Financiación

La presente investigación no recibió financiación externa. Todos los recursos utilizados para el desarrollo del estudio fueron gestionados directamente por los autores, con el apoyo logístico de la Institución Educativa Villa de la Candelaria.

Cómo citar este artículo / How to cite this paper

Pérez Salamanca, V. A., & Lagunes Domínguez, A. (2026). Evaluación del aprendizaje basado en problemas: grupo experimental y control. *Campus Virtuales*, 15(2), 125-145. <https://doi.org/10.54988/cv.2026.2.1731>

Referencias

- Araya, S., Arancibia, V., Tapia, M., & Salinas, D. (2007). Constructivismo: orígenes y perspectivas. *Laurus*, 13(May-Ago).
- Aruova, A., Beisebay, P., Akzhigitov, Y., & Tilepiev, M. (2023). The approximate solution of nonlinear heat equation. *Heat Transfer*, 52(6), 4450-4460. <https://doi.org/10.1002/hj.22891>
- Ausubel, D. P. (2000). The Acquisition and Retention of Knowledge: A Cognitive View. In *The Acquisition and Retention of Knowledge: A Cognitive View*. <https://doi.org/10.1007/978-94-015-9454-7>
- Cabezas, C., & Mendoza, M. R. (2016). Manifestaciones Emergentes del Pensamiento Variacional en Estudiantes de Cálculo Inicial. *Formación universitaria*, 9(6), 13-26. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062016000600003>
- Cabrera-Dávila, M. F., & Sánchez-Vargas, F. A. (2023). La resolución de problemas asociados al desarrollo del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos. *Universidad del Magdalena*. https://repositorio.unimagdalena.edu.co/items/2c329b20-942e-4d11-a2b5-1a81edcb112a?utm_source=c
- Colombo-Ruano, L., & González-González, C. S. (2024). Inclusión tecnológica y competencias digitales en personas mayores: hacia un envejecimiento activo y conectado. *Campus Virtuales*, 13(2), 199-213. <https://doi.org/10.54988/cv.2024.2.1552>
- Coronel, A. E., Gamarra, H. C., Huarez, P. C., Faustino, M. A., & Collazos, E. (2023). El uso del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en la educación superior. *Revista EDUCA UMCH*, (21), 29-44. <https://revistas.umch.edu.pe/index.php/EducaUMCH/article/view/253>
- De la Peña-Amorós, M. del M., Selma-Penalva, A., & Selma-Penalva, V. (2024). El aprendizaje basado en problemas: Un método

- adecuado de trabajo colaborativo. <https://repositorio.upct.es/entities/publication/4a48f2fc-6441-4b91-bb8f-60682d017e44>
- Díaz-Fernández, L. M. (2024). An Approach to the State of the art of Variational Thought in First Grades of Schooling. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(6), 6608–6625. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i6.9191
- Flores, C. D., & García, G. A. M. (2022). Conceptualizations of slope in Colombian intended mathematics curriculum. *Educación Matemática*, 34(2), 217–244. <https://doi.org/10.24844/EM3402.08>
- Galvis-Rivera, Y. & González-Bautista, E. (2024). Incidencia del Enfoque Resolución de Problemas de George Pólya en el Desarrollo del Pensamiento Variacional. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, 17(1), 149-160. <https://doi.org/10.37843/rted.v17i1.447>
- Gómez-Ospina, O. M. (2013). Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno / Variational thinking development ninth grade students / Variacionais pensamento desenvolvimentista estudantes nona série.
- Guivala, B. (2024). Aula invertida y el aprendizaje basado en problemas en la enseñanza de la hidrología a estudiantes de ingeniería civil en Cuba, Perú y Mozambique. *Tecnología y Ciencias Del Agua*, 01–33. <https://doi.org/10.24850/j-tyca-16-2-6>
- Hernández-Torres, J. A., Caparrós-Mancera, J. J., Rodríguez-Pérez, A. M., & Rodríguez-González, C. A. (2025). Evaluación de herramienta de realidad aumentada en estudios universitarios de ingeniería. *Campus Virtuales*, 14(1), 153-167. <https://doi.org/10.54988/cv.2025.1.1519>
- Hwang, G. J., & Tu, Y. F. (2021). Roles and research trends of artificial intelligence in mathematics education: A bibliometric mapping analysis and systematic review. doi: 10.3390/math9060584.
- Engle, K. K. (1981). Problem-Based Learning: An Approach to Medical Education. *The American Journal of Occupational Therapy*, 35(8). <https://doi.org/10.5014/ajot.35.8.539b>
- Feo-Mora, R. J. (2010). Orientaciones básicas para el diseño de estrategias didácticas. In *Tendencias pedagógicas* (Issue 16).
- IBM. (2021). Análisis de covarianza (ANCOVA). <https://www.ibm.com/docs/es/spss-statistics/beta?topic=features-analysis-covariance-ancova>
- ICFES. (2022). Guías de orientación 2022. <https://www.icfes.gov.co/guias-de-orientacion-2022>.
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES]. (2023). Proporción de respuestas correctas por competencia desde los grados 6° a 8°. Elementos influyentes en los resultados para investigadores de Evaluar para Avanzar.
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2015). Preguntas liberadas de PISA como recursos didácticos de Matemáticas: Funciones y gráficas. <http://educalab.es/inee/evaluaciones-internacionales/preguntas-liberadas-pisa-piaac/preguntas-pisa-matematicas/funciones-graficas>.
- Leung, A. (2023). A pedagogical reflection on the interplay between variation and invariant: Variational thinking. *Asian Journal for Mathematics Education*, 2(3), 261–273. <https://doi.org/10.1177/27527263231203056>
- Luque-López, L., García-Pazo, P., & Molina-Mula, J. (2024). La gamificación digital como herramienta para el aprendizaje del soporte vital básico. Estudio piloto cuasi experimental. *Campus Virtuales*, 13(2), 155-167. <https://doi.org/10.54988/cv.2024.2.1440>
- Martín-Párraga, L., Llorente-Cejudo, C., & Barroso-Osuna, J. (2023). Variables de estudio e influencia de las TIC en el profesorado universitario: la competencia digital docente en una universidad peruana. *Campus Virtuales*, 12(2), 9-18. <https://doi.org/10.54988/cv.2023.2.1236>
- Mendoza-Sifuentes, J., Veja-Vilca, C. S., Silva-Narvaste, B., & Boy-Barreto, A. M. (2024). El aprendizaje basado en problemas: una perspectiva desde el contexto educativo. *Horizontes. Revista De Investigación En Ciencias De La Educación*, 8(35), 2400–2416. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v8i35.877>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos básicos de aprendizaje: Matemáticas. Educación básica y media. <https://www.colombiaaprende.edu.co/recursos-coleccion/derechos-basicos-de-aprendizaje-en-todas-las-areas>.
- Narváez, R., Adamuz-Povedano, N., & Cañadas, M. C. (2025). Análisis bibliométrico sobre pensamiento algebraico en educación infantil y primaria en Scopus. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (27), 43–65. <https://doi.org/10.35763/aiem27.5825>
- Niño-Merlo, C. A. (2023). Fortalecimiento del pensamiento numérico variacional mediado por recursos educativos virtuales para octavo grado. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(1). https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.4602
- Orozco-Carvajal, C. A. (2023). Análisis de los resultados de una prueba diagnóstica de saberes previos en el área de matemáticas en una Institución Educativa Rural Colombiana.
- Peña-Lozano, Y., & González-Veloza, J. J. F. (2022). Modelo de predicción de los resultados de la prueba ICFES Saber 11 en el área de matemáticas a partir de variables socioeconómicas. *Estudios en Ingeniería y Ciencias Exactas*, 3(1).
- Pérez-Conde, J. M., De-la-Fuente, R., Barroso-Saraiva, H. I., & Baena-González, R. (2025). Percepción de la utilidad sobre el uso de Moodle según los universitarios en España y Portugal. *Campus Virtuales*, 14(1), 203-213. <https://doi.org/10.54988/cv.2025.1.1562>
- Ploza-Angulo, J. J., & López-Toro, A. A. (2025). Aprendizaje basado en problemas: ventajas y desventajas percibidas por el alumnado. *Revista Colombiana De Educación*, (96), e19777. <https://doi.org/10.17227/rce.num96-19777>
- Rodríguez-Pérez, F., & Ramírez, M. A. (2015). Desarrollo de habilidades matemáticas en estudiantes que ingresan a la educación superior. *INVENTUM*, 10(18). <https://doi.org/10.26620/uniminuto.inventum.10.18.2015.29-36>
- Ruiz-Lázaro, J., Jiménez-García, E., & Huetos-Domínguez, M. (2025). Revisión sistemática sobre el uso de la tecnología en educación y el compromiso de los estudiantes en la última década. *Campus Virtuales*, 14(1), 139-152. <https://doi.org/10.54988/cv.2025.1.1318>
- Salazar-Rojas, W. (1969). PRINCIPIOS DEL PARADIGMA CUANTITATIVO EN LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA. *Pensar En Movimiento: Revista de Ciencias Del Ejercicio y La Salud*, 2(1). <https://doi.org/10.15517/pensarmov.v2i1.437>
- Sánchez-Bayona, L. (2021). Generalizaciones aritméticas, generalizaciones aritméticas sofisticadas y generalizaciones algebraicas en estudiantes de grado quinto de educación básica primaria (con edades de 10 y 11 años).

<https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/34520/2021BayonaLiliana.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
 Shirali, S. A. (2014). George Pólya & problem solving. An appreciation. *Resonance*, 19(4). <https://doi.org/10.1007/s12045-014-0037-7>
 Vasco, C. E. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Blumenau (Vol. 9), 1–14.
http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf
 Zaldívar-Rojas, J. D., Cabrera-Chim, L. M., & Jiménez-Villalpando, A. V. (2025). Una aproximación variacional para la significación de los criterios de la derivada en la modelación-graficación. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (27), 157–177.
<https://doi.org/10.35763/aiem27.6157>